教学经验交流

化工热力学基本关系式的教学方法改革与实践*

阳庆元，车羿臻，刘志平，陈晓春

（北京化工大学 化学工程学院，北京 100029）

[摘要]热力学基本关系式是建立状态函数与热力学偏导数之间联系的重要方程，而化工热力学课程中的热力学偏导数是学生普遍反映难度较大的知识点。文章根据问卷调研结果分析了化工专业本科生在热力学偏导数推导过程中遇到的问题，并有针对性地提出一种相对简单、易于学生理解和接受的推导方法。教学实践表明，新的推导方法不仅提高了学生对热力学关系式的掌握程度，而且展现了化工热力学的逻辑性与系统性。

[关键词]化工热力学；基本关系式；偏导数；教学改革

Reform and Practice of Teaching Method for the Basic Relations in Chemical Engineering Thermodynamics

Yang Qingyuan, Che Yizhen, Liu Zhiping, Chen Xiaochun

(*College of Chemical Engineering, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China*)

Abstract: The basic relations in chemical engineering thermodynamics are the important equations that establish the relationships between the state functions and the partial derivatives of thermodynamics, where the latter part is also the most difficult knowledge generally reflected from students during teaching process. This paper analyzed the problems existing in current study of the derivation of thermodynamics partial derivatives for the undergraduates majoring chemical enigneering, and put forward a relatively simple derivation method that is easy for students to understand and accept. The new method not only makes students grasp thermodynamic relations more deeply, but also demonstrates the logic and systematic features of chemical engineering thermodynamics.

Key words: Chemical engineering thermodynamics; Basic relations; Partial derivatives; Teaching reform

---

[作者简介] 阳庆元(1976-)，男，教授；车羿臻(2000-)，男，本科生；刘志平(1974-)，男，副教授；陈晓春(1963-)，男，教授。

[通信作者] 陈晓春，E-mail: chenxc@mail.buct.edu.cn。

*基金项目：北京化工大学《化工热力学》本科教材建设项目(JC202002)。

化工热力学是化学工程的重要分支和学科基础，化工热力学课程是化工类专业本科生必修的核心基础课程，其知识体系在化工过程研究与工艺设计中发挥着至关重要的作用。该课程旨在培养学生从热力学角度阐释化工过程中的物质转化及能量有效利用极限的能力，进而为其学习后续课程和解决实际工程问题打下牢固的基础[1]。化工热力学课程中涉及许多描述状态函数之间内在联系的基本关系式，这些关系式中的热力学性质（如焓 H、熵 S、内能 U、亥姆霍兹自由能 A、吉布斯自由能 G）一般很难通过实验测定，需要借助微积分等数学手段，通过演绎法由可直接测量的热力学性质（如压力 p、体积 V、温度 T、恒压热容 C_p、恒容热容 C_v 等性质）间接获得，因此热力学函数偏导数的推导是关键[2]。热力学关系式的推导不仅是实际流体的焓变、熵变计算和建立以吉布斯自由能为核心的热力学函数表达式的基础，而且可直接用于各种热力学模型（如超额性质等）和一些重要系数（如焦耳-汤姆森系数等）的分析，同时也有助于加深学生对热力学性质图（如温熵图和压焓图等）中各种等值线变化趋势的理解和掌握，能够促使他们灵活运用热力学原理设计出可以实现资源和能源合理利用的高效化工过程。

热力学函数基本方程式中的偏导数关系式十分丰富且变化多样，仅常用的八个状态函数（H、S、U、A、G、P、V、T）构成的一阶偏导数关系式就有 336 个。学生常常觉得公式繁多且复杂，对热力学偏导数求解无从下手[3]。同时，包括史密斯编著的 *Introduction to Chemical Engineering Thermodynamics* 在内的诸多经典教材和教辅书籍中也未提供系统的思路[4-8]。因此，如何遵循“较少公式、简便方法、简短步骤”的从头推导理念[9]，避免学生机械记忆和生搬硬套结论性公式，使其做到“知其然”并“知其所以然”，一直是化工热力学课程教学面临的问题。为此，笔者基于长期从事热力学课程教学过程中形成的思考与体会，结合学生调研的结果，进行了化工热力学基本关系式的教学改革探索，以加强课程的系统性、逻辑性与实用性，收到了良好的效果。

一、教学现状与学生学习情况调研

（一）教学现状简述

目前，热力学偏导数关系式的推导一般采用传统教学模式，流程大致是“问题导向→列举公式→例题分析→解决问题”，其中教学时间主要用于热力学公式（见表 1）的讲解，学生往往觉得枯燥乏味且难以记忆。比如在讲解麦克斯韦关系式时，教师一般只说明它们来源于热力学基本方程式，并告诉学生需要用到“二元连续函数偏微分与次序无关”的知识点。对于热力学性质图中的各种等值线，教师通常也只要求学生机械地记忆变化趋势，很少运用偏导数推导加以分析。这样的教学方式不仅不利于学生深入掌握热力学偏导数的推导，还有可能引发学生对热力学知识学习的抵触情绪。

（二）学生学习情况调研及结果分析

为了了解学生对热力学偏导数推导内容的学习情况，我们采用问卷形式进行了调研。调研对象为北京化工大学化学工程学院 2018 级（参与调研时为大学三年级）的 104 名本科生，具有一定的代表性。问卷题型包括单选题和多选题。

关于推导热力学偏导数的难度，调查结果如图 1 所示。由图 1 可知，虽然物理化学和化工热力学课程中均涉及热力学偏导数的推导，但仍有 68.27%的学生认为这部分内容难度较大，仅有不到 10%的学生认为“难度较小”或“没有难度”。因此，授课教师应从学生的角度出发，改变知识点讲解方式，整理出系统化的思路，帮助学生更好地理解这部分内容，并使学生能够通过课后的简单复习轻松掌握学习内容。

基于上述调研结果，我们对反映“难度较大”“适中”“难度较小”的 100 名学生进行了进一步调查，结果发现学生在推导过程中存在不同程度的问题（见表 2），反映“无从下手”“不知道结果的表示形式”“记不住热力学公式”“不知道每一步该用什么公式”的学生超过了 50%，这表明学生虽然经过了物理化学和化工热力学课程的学习，但是推导思路尚不清晰。可见，清晰、系统的推导思路对学生来说是十分必要的。另外，约三分之二的

表 1　热力学偏导数关系式推导部分包含的热力学公式

类型	内容
热力学函数定义式	$H=U+pV \quad A=U-TS \quad G=H-TS$ $C_p=\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p=T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p \quad C_v=\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V=T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V$
热力学四大基本关系式	$\mathrm{d}U=T\mathrm{d}S-p\mathrm{d}V \quad \mathrm{d}H=T\mathrm{d}S+V\mathrm{d}p$ $\mathrm{d}A=-S\mathrm{d}T-p\mathrm{d}V \quad \mathrm{d}G=-S\mathrm{d}T+V\mathrm{d}p$
麦克斯韦关系式	$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S=-\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_V \quad \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S=\left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p$ $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T=\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \quad \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T=-\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$
对应关系	$p=-\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S=-\left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_T \quad V=\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S=\left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T$ $T=\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V=\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p \quad S=-\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_V=-\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p$
循环关系式	$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y=-1$

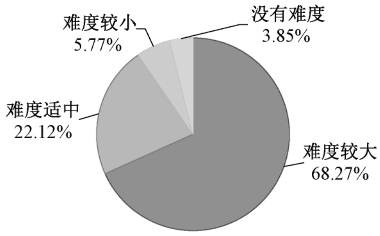


图 1　学生认为推导热力学偏导数的难度

学生都遇到了“记不住热力学公式”的困难,这说明学生的学习方式有待改进。化工热力学注重演绎而非记忆,麦克斯韦关系式等大多数公式可以从热力学基本关系式出发经过简单数学推导得到。即使主动推导的意愿不强,学生也可以利用一些技巧记住大部分热力学公式。

表 2　推导热力学偏导数过程中遇到的困难(多选题)

选项	人数比例
看到热力学偏导数无从下手	56%
不知道结果的表示形式	61%
记不住热力学公式	67%
不知道每一步该用什么公式	64%
缺乏相关数学知识	31%
其他	2%

我们进一步了解了学生认为偏导数推导困难的原因,结果如表 3 所示。其中,有高达 79%的学生反映“缺乏系统的练习与讲解”,这与化工热力学课时偏少、教学任务重有关。目前,教师很难挤出时间专门开设习题课来讲解每一类问题的解决方法,同时学生也缺少系统总结热力学偏导数推导方法的练习册,这些原因增加了学生的学习困难。另外,有 52%的学生认为现有教学方法不利于自己快速掌握推导方法,他们对改进热力学偏导数推导的教学提出了期盼。因此,教师在今后的教学中,应针对教学内容做出调整,使学生能够更好地理解。

表 3 热力学偏导数推导困难的原因(多选题)

选项	人数比例
现有教学方法不利于快速掌握推导方法	52%
自身学习意愿不强	46%
缺乏系统的练习与讲解	79%
其他	3%

(三)调查情况总结

此次调查基本找出了学生认为热力学偏导数的推导有较大难度的原因。一方面，学生缺乏清晰的推导思路；另一方面，教师采用的教学方法不利于学生快速掌握推导方法。因此，这部分内容的教学改革，关键在于使学生掌握一种简单易懂且条理清晰的推导思路，这样他们通过稍加练习即可掌握学习内容。

二、基于学生视角的教学方法改革

通过上述调查和分析可知，热力学函数基本关系式的教学方法改革方向是建立一套系统性的推导方法。为此，我们基于多年的教学经验，根据将未知情况转化为已知情况的推导思想，总结出了一套覆盖课本知识范围的公式推导方法，以提升学生的学习能力，提高教学效果。为便于下文讨论，本文规定：1.由于 U、H、A、G 的量纲均为能量单位，因此下文中将其称为能量函数；2.推导结果只能含有 p-V-T 关系及其偏导数，以及热容(C_p、C_v)和 S。除了 S 以外，其他物理量均为实验易测的物理量；S 虽然不能直接从实验测得，但可通过拆分为理想气体和剩余性质两部分($S=S^{IG}+S^{R}$)获得，S^{R} 仅需要借助状态方程(P-V-T 关系)，而理想气体的熵 S^{IG} 则需要根据热力学第三定律及理想气体的热容得到。

(一)改进推导方法，体现教学改革的系统性与针对性

研究发现，热力学偏导数推导的复杂性与偏导数关系中上述能量函数的数量有关，能量函数越多，推导过程越复杂。因此，教师在教学中可通过热力学基本关系式或定义式来减少能量函数的数量，并通过逐步推导得到最终结果，推导过程的思维导图如图 2 所示。

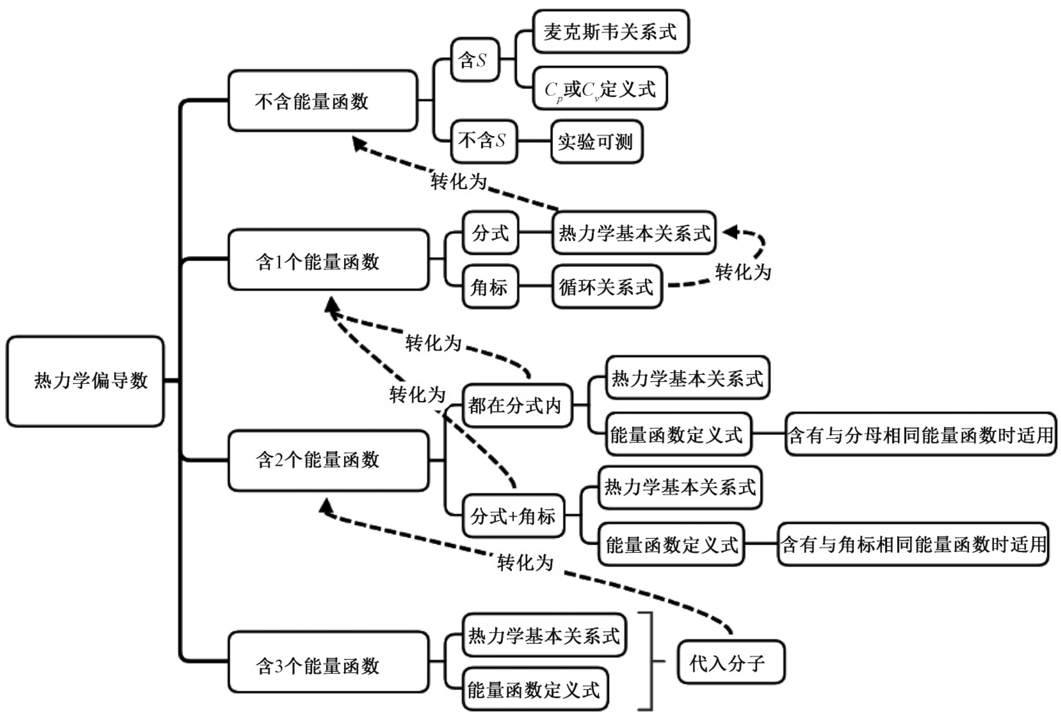


图 2 热力学偏导数推导思维导图

针对学生学习中存在的问题,推导热力学偏导数的基本步骤可总结为:1.观察热力学偏导数,明确能量函数的数量和位置;2.选择对应的第一步公式,即热力学基本关系式或循环关系式(解决学生无从下手的问题);3.待第一步公式运算完毕,继续观察新产生的热力学偏导数,重复以上两步(解决学生不知道每一步该用什么公式的问题);4.将最后的推导结果整理为只含实验易测量或易从状态方程中获取的量的形式(解决学生不知道结果表示形式的问题)。

新教学方法遵循将未知情况转化为已知情况的思维模式,推导的核心思路就是逐一消去偏导数中的能量函数。当能量函数出现在分子或分母上时,用热力学基本关系式或合适的定义式代入;当能量函数出现在下角标时,用偏导数关系将其转化为在分子或分母上的形式。

(二)梳理推导策略,体现教学改革思路的逻辑性

化工热力学教学中经常涉及未解决的问题,因此教师应注重培养学生将未知情况转化为已知情况求解的思维能力。遵循这一基本思路建立的公式推导方法通过先分析偏导数所含能量函数的数量、再逐一消去能量函数、最后转化为不含能量函数的情况这一系列步骤,完成偏导数的推导过程。这样一来,学生只需要掌握不含能量函数的推导方法和消去能量函数的方法,即可完成推导过程。热力学偏导数$(\partial x/\partial y)_z$的推导方法按照$x$、$y$、$z$三个变量所代表的具体状态函数,可总结为以下几种典型情形。

1.不含能量函数

若含S,则可通过麦克斯韦关系式或热容定义式推导,对于不含T的情况需要插入∂T推导;若不含S,则为实验易测量(即只含有p、V、T的偏导数)。比如

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p=\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p=\frac{C_p}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \tag{1}$$

其中,S在分式中且整个偏导数不含T,因此可采用插入∂T的方法,再逐一推导。$(\partial S/\partial T)_p$可以代入恒压热容($C_p$)的定义式,而$(\partial T/\partial V)_p$可通过实验易测量获得。再比如

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_S=-\frac{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T}=\frac{C_p}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \tag{2}$$

其中偏导数中S在角标上,所以推导时可以先用循环关系式将角标上的S换至分子上,再逐一求解。$(\partial S/\partial T)_p$可以代入$C_p$定义式,而$(\partial S/\partial p)_T$的下标和分子相乘为能量量纲,可用麦克斯韦关系式代入得到最终结果。

2.含1个能量函数

若能量函数在分式中,先用热力学基本关系式代入,转化为不含能量函数的情况。如果能量函数出现在角标上,则先用循环关系式转化为能量函数在分式内的情况,再进行推导。如对于焦耳-汤姆森系数μ^H

$$\begin{aligned}\mu^H=\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H&=-\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p}\ \text{(循环关系式)}\\&=-\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}{C_p}\ (C_p\ \text{定义式})\\&=-\frac{T\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T+V}{C_p}\ \text{(热力学基本关系式)}\\&=\frac{T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p-V}{C_p}\ \text{(麦克斯韦关系式)}\end{aligned} \tag{3}$$

其中,焓H处于角标位置,推导时需先运用循环关系式将μ^H表示为$(\partial H/\partial p)_T$和$(\partial H/\partial T)_p$的关系式,以便将$H$从角标变换至分子上,然后代入热力学基本关系式$\mathrm{d}H=T\mathrm{d}S+V\mathrm{d}p$,转化为不含能量函数的情况。

3.含2个能量函数

无论能量函数均在分式内还是同时在分式和角标上,都可以选择合适的热力学基本关系式或能量函数定义式代入分式,转化为含1个能量函数的情况进行推导。比如H的定义式

$$\left(\frac{\partial H}{\partial U}\right)_p=\left[\frac{\partial U+\partial(pV)}{\partial U}\right]_p$$

$$=1+p\left(\frac{\partial V}{\partial U}\right)_p \text{(化简)}$$

$$=1+\frac{p}{T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p-p} \text{(热力学基本关系式)}$$

$$=\frac{C_p}{C_p-p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p} \text{(方程 1 结果代入)} \quad (4)$$

由于分子分母分别为 H 和 U,可将 H 的定义式 $H=U+pV$ 代入分子,将 H 消去并引入 U,同时通过化简减少能量函数的数量,将问题转化为含 1 个能量函数的情况,再进行推导。

4.含 3 个能量函数

如果含有 3 个能量函数,则可以用合适的热力学基本关系式或能量函数定义式代入分式,转化为含 2 个能量函数的情况再进行推导。比如 G 的定义式

$$\left(\frac{\partial G}{\partial U}\right)_H=\left[\frac{\partial(H-TS)}{\partial U}\right]_H$$

$$=-T\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_H-S\left(\frac{\partial T}{\partial U}\right)_H \text{(展开)} \quad (5a)$$

其中

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_H=T-p\left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_H \text{(热力学基本关系式)}$$

$$=T+p\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_V}{\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_S} \text{(偏导数关系)}$$

$$=T-\frac{pT}{VC_p}\frac{C_p\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V-T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p+V}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p} \quad (5b)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_H=\left[\frac{\partial(H-pV)}{\partial T}\right]_H \text{(H 的定义式变形)}$$

$$=-p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_H-V\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_H \text{(展开)}$$

$$=\frac{-pC_p\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T-pT\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p^2+pV\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p+VC_p}{T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p-V} \quad (5c)$$

代入化简得

$$\left(\frac{\partial G}{\partial U}\right)_H=\frac{TS\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p-V(C_p+S)}{V\left[C_p-p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right]+p\left[C_p\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T+T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p^2\right]} \quad (5d)$$

此例中,分子和角标分别为 G 和 H,因此将 G 的定义式 $G=H-TS$ 代入分子可以消去 G,从而将问题转化为含 2 个能量函数的情况。含 3 个能量函数的偏导数往往不具有实际的用途和意义,且推导的运算量巨大,举此例只是为了说明本方法的普适性。此外,虽然热力学偏导数的基本关系式众多,但其推导过程均可按照上述 4 种分类情形及图 2 中的思维导图展开。

(三)理论结合应用,提高学生学习能力

如前所述,热力学偏导数的推导对于学生深刻理解热力学性质图中等值线的变化趋势具有重要的作用。下面通过两个典型案例来阐述推导方法的应用。

例 1:气体的压力接近 0 时,判断 $\ln p$-H 图(压焓图)中等温线和等熵线哪个更接近垂直线。在郑丹星教授编著的教材中[1],压焓图如图 3 所示。当压力趋于 0 时,等熵线和等温线似乎都接近于垂直线。传统教学的弊端是学生对其背后的根源往往并不清楚,因此也不能掌握其中的热力学规律。而采用新的教学方法可帮助学生获得明确的结果与解释。

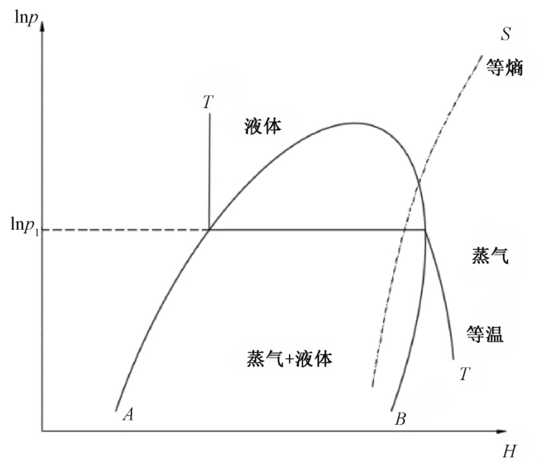


图 3 $\ln p$-H 图

对于等温线的斜率$(\partial \ln p/\partial H)_T$,由于其中只含1个能量函数(即焓),其推导过程如下:

$$\left(\frac{\partial \ln p}{\partial H}\right)_T=\frac{1}{p}\frac{1}{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}$$

$$=\frac{1}{p}\frac{1}{\left(\frac{T\partial S+V\partial p}{\partial p}\right)_T}\text{(代入 }\mathrm{d}H=T\mathrm{d}S+V\mathrm{d}p\text{)}$$

$$=\frac{1}{p}\frac{1}{T\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T+V}\text{(化简)}$$

$$=\frac{1}{p}\frac{1}{V-T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}\text{(麦克斯韦关系式)}\qquad(6a)$$

当压力p趋近于0时,气体可视为理想气体,则有$V=RT/p$和$(\partial V/\partial T)_p=R/p$,由此可得出分母中的因子$V-T(\partial V/\partial T)_p$趋近于零,进而可知等温线在压力趋近于零时接近垂直线。

对于等熵线的斜率$(\partial \ln p/\partial H)_S$,类似的推导过程如下:

$$\left(\frac{\partial \ln p}{\partial H}\right)_S=\frac{1}{p}\frac{1}{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S}$$

$$=\frac{1}{p}\frac{1}{\left(\frac{T\partial S+V\partial p}{\partial p}\right)_S}\text{(代入 }\mathrm{d}H=T\mathrm{d}S+V\mathrm{d}p\text{)}$$

$$=\frac{1}{pV}\text{(化简)}$$

$$=\frac{1}{RT}\text{(}p\rightarrow 0\text{,理想气体状态方程适用)}\qquad(6b)$$

由于摩尔气体常数与温度的乘积(RT)无法趋近于零,所以等熵线趋近于斜率为$(1/RT)$的直线。

由以上可见,热力学偏导数的推导是有严格过程的,推导结果具有说服力,并且能够超出图形绘制的限制,在实验难以开展的情况下判断热力学状态函数的变化趋势,即"弃万千实验,以演绎阐述严谨"[10]。

例2:从热力学偏导数的角度说明气体分别经等熵压缩和等温压缩至同一终态压力,前者的温度更高。气体压缩是化工热力学的重点教学内容之一。由图4所示的p-V图可知,要证明本例中提出的问题,需证明$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T$的斜率大于$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S$的斜率,即证明从同一初始状态出发,等熵线在等温线右侧。

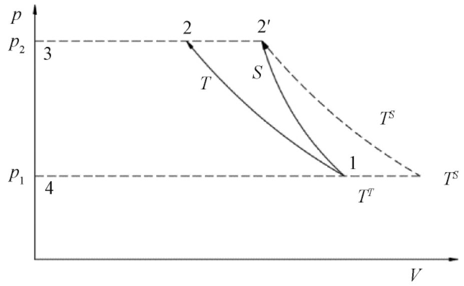


图4　气体等熵压缩与等温压缩的p-V图

前者已采用p-V-T的表示形式,无须化简。现对$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S$推导如下:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S=-\frac{\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p}{\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_V}\text{(循环关系式)}$$

$$=-\frac{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p}{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V}\text{(插入 }T\text{)}$$

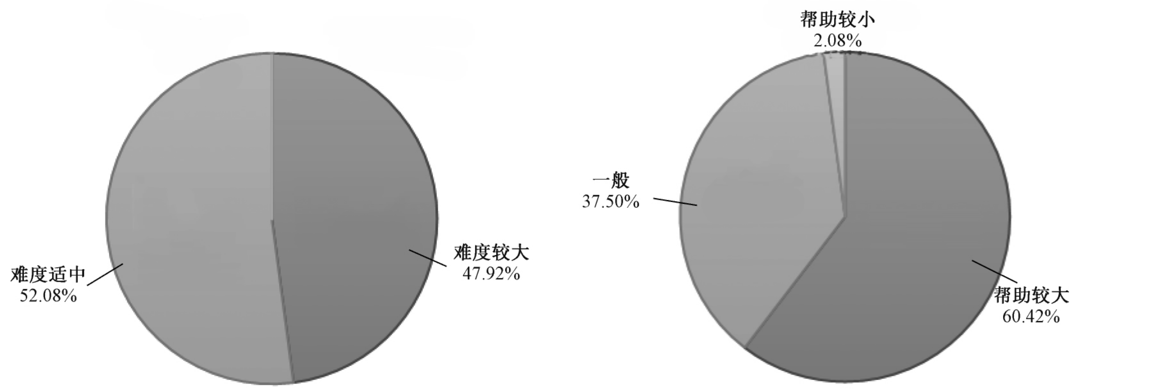
$$=-\frac{C_p\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p}{C_v\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V}\text{(代入热容定义式并化简)}$$

$$=\frac{C_p}{C_v}\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T\text{(逆用循环关系式)}\qquad(7)$$

由于气体的$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T<0$且$C_p>C_v$,所以$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T>\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S$成立,这就从热力学偏导数的角度证明了结论的正确性。

三、课堂教学效果反馈

在将新方法应用于课堂教学后,我们随即展开了课堂调研,调研对象为化工1801班和1802班的48名本科生,调研结果如图5所示。由图5可知,虽然仍然有47.92%的同学认为这部分内容难度较大,但与之前相比减少了20.35%;同时有超过60%的学生认为新方法对自己的学习帮助较大,这说明本文提出的新方法有助于学生掌握热力学偏导数的推导,并形成系统化的推导思路。



(a) 学生认为推导热力学偏导数的难度　　(b) 学生认为新方法对推导热力学偏导数的帮助

图 5　采用新方法后学生的学习情况

四、结束语

化工热力学课程中的热力学偏导数推导是非常重要的一个知识点，但传统教学方法往往不能使学生很好地掌握推导思路和推导过程，也不利于学生快速掌握推导方法。本文提出的新方法在教学实践中被证实是有效的，不仅有助于提高学生对热力学基本关系式的掌握程度，而且展现出热力学知识的逻辑性与系统性，促进了教学效果的提升。由于篇幅所限，本文未给出所有热力学函数的偏导数推导过程，如果读者遇到困难，可向我们索取相应的推导过程。（文字编辑：李丽妍）

参考文献：

[1] 郑丹星. 流体与过程热力学[M].2 版.北京：化学工业出版社，2020.

[2] 冯新，宣爱国，周彩荣. 化工热力学[M]. 2 版. 北京：化学工业出版社，2019.

[3] 黄雪莉，王雪枫，杨玉新. 化工热力学流体 PVT 关系教学方法探讨[J]. 化学工程与设备，2019（1）：289，305-306.

[4] Smith J M，van Ness H C，Abbott M M. Introduction to chemical engineering thermodynamics [M]. 6th ed. New York：McGraw-Hill，2001.

[5] 陈钟秀，顾飞燕. 化工热力学例题与习题[M]. 北京：化学工业出版社，2017.

[6] 北京化工大学. 物理化学例题与习题[M]. 2 版. 北京：化学工业出版社，2018.

[7] 侯文华，淳远，姚天扬. 物理化学习题集[M]. 北京：高等教育出版社，2016.

[8] 天津大学物理化学教研室. 物理化学：上册[M]. 6 版. 北京：高等教育出版社，2018.

[9] 高建安. 推证热力学函数偏微商方法的探讨[J]. 化学通报，1995(3)：50-53.

[10] 曹健，冯新，陆小华. 以学生视角看化工热力学课程的教与学[J]. 化工高等教育，2020（5）：15-18.